

**РЕСПУБЛИКАНСКИЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР «ДАРЫН»
ВТОРОЙ (РАЙОННЫЙ/ГОРОДСКОЙ) ЭТАП РЕСПУБЛИКАНСКОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО ПРЕДМЕТУ ФИЗИКА (2025-2026 УЧЕБНЫЙ ГОД)**

11 класс

Решение

Задача_1 [6 баллов]

Сначала найдем высоту, на которой остановился второй брусок. Для этого запишем закон сохранения энергии:

$$m_2 g(l_2 + l_1) = m_1 g h_1 + m_2 g h_2. \quad (1)$$

Так как первый брусок поднялся на высоту h_1 , то и верёвка с правой стороны стала короче на h_1 , а с левой стороны стала длиннее на h_1 . Зная, что высота от уровня земли до блоков l_1 , находим:

$$l_1 = h_2 + l_2 + h_1$$

Решая совместно 2 уравнения, получаем:

$$h_2 = \frac{m_2(l_2 + l_1) - m_1 l_1 + m_1 l_2}{m_2 - m_1}. \quad (3)$$

Чтобы найти время, распишем законы Ньютона для обоих брусков:

$$m_2 a = T - m_2 g \quad (4)$$

$$m_1 a = m_1 g - T. \quad (5)$$

Решая уравнения, находим ускорения:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g. \quad (6)$$

Так как первые $2l_2$ полета брусок был в свободном падении, так как веревка не могла натянуться, при натяжении веревки начальная скорость была:

$$v_0 = 2\sqrt{gl_2}, \quad (7)$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{4l_2}{g}}. \quad (8)$$

Далее, находим время, которое ушло, чтобы остановить брусок:

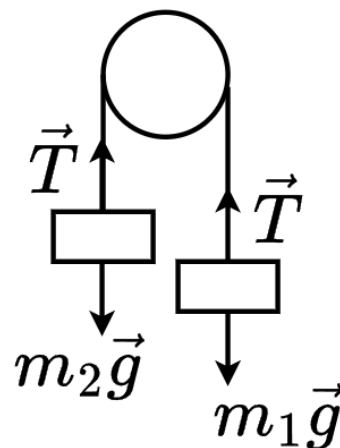
$$t_2 = \frac{v_0}{a}. \quad (9)$$

И тогда конечное время:

$$t = \sqrt{\frac{4l_2}{g}} + \frac{2\sqrt{gl_2}(m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} g. \quad (10)$$

Теперь, к самому интересному: каковы условия того, чтобы второй брусок не коснулся земли. Очевидно, $m_1 > m_2$. Однако, на это можно взглянуть с большим количеством деталей. Введем переменные: $\mu = m_2/m_1 < 1$, $\lambda = l_2/l_1 < 1$. В критическом случае, когда брусок 2 останавливается на уровне земли, уравнение 3 переходит в:

$$\mu(1 + \lambda) = 1 - \lambda \quad (11)$$



На деле же, редко когда, μ сильно отличается от 1 и λ сильно больше 0, так как большие падения, как можно понять из задачи, очень опасны. Также в реальной системе, когда скалолаз лезет, каждый элемент системы содержит очень много трения и к тому же веревка тянется очень сильно, что тоже способствует более мягкой и безопасной остановке скалолаза.

Содержание	Баллы
Формула (1): $m_2 g(l_2 + l_1) = m_1 g h_1 + m_2 g h_2$	0.6
Формула (2): $l_1 = h_2 + l_2 + h_1$	0.6
Формула (3): $h_2 = \frac{m_2(l_2 + l_1) - m_1 l_1 + m_1 l_2}{m_2 - m_1}$	0.6
Формула (4): $m_2 a = T - m_2 g$	0.3
Формула (5): $m_2 a = T - m_2 g$	0.3
Формула (6): $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g$	0.6
Формула (7): $v_0 = 2\sqrt{g l_2}$	0.6
Формула (8): $A = t_1 = \sqrt{\frac{4l_2}{g}}$	0.6
Формула (10): $t = \sqrt{\frac{4l_2}{g}} + \frac{2\sqrt{g l_2}(m_1 + m_2)}{m_1 - m_2} g$	0.6
Если написано, что $m_1 > m_2$	0.6
Формула (11): $\mu(1 + \lambda) = 1 - \lambda$	0.6
Итого	6.0

Задача_2 [5 баллов]

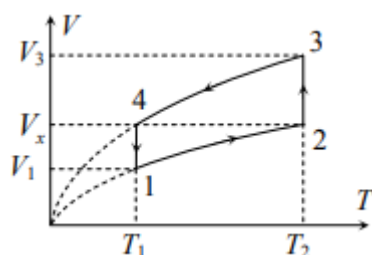
Для удобства перерисуем цикл в диаграмме $V - T$. Зависимость $V(T)$ определим из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$(\alpha P)V = \nu RT. \quad (1)$$

Тогда легко представить

$$V = \beta\sqrt{T}. \quad (2)$$

График данного циклического процесса в $V - T$ координатах будет представлен в следующем виде



С помощью графика легко определить зависимость объема от температуры в процессах 1 – 2 и 2 – 3:

$$V_{1-2} = \alpha\sqrt{T}, \quad V_{3-4} = \beta\sqrt{T}. \quad (3)$$

где α, β – некоторые постоянные. Согласно $V - T$ диаграмме температура газа в состояниях 1 и 4 равна T_1 , в состояниях 2 и 3 – T_2 . Тогда для объемов V_1 и V_x , лежащих на первой из зависимостей (3), имеем

$$V_1 = \alpha\sqrt{T_1}, \quad V_x = \alpha\sqrt{T_2}. \quad (4)$$

а для объемов V_x и V_3 из второй зависимости (3), имеем

$$V_x = \beta\sqrt{T_1}, \quad V_3 = \beta\sqrt{T_2}. \quad (5)$$

Деля первые формулы (2), (3) на вторые, получим

$$\frac{V_1}{V_x} = \frac{\alpha\sqrt{T_1}}{\alpha\sqrt{T_2}}, \quad \frac{V_x}{V_3} = \frac{\beta\sqrt{T_1}}{\beta\sqrt{T_2}}. \quad (6)$$

Приравнявая первую и вторую формулы (6), найдем объем газа V_x в состояниях 2 и 4:

$$V_x = \sqrt{V_1 V_3}. \quad (7)$$

Содержание	Баллы
Формула (1): $(\alpha P)V = \nu RT$	1.0
Формула (2): $V = \beta\sqrt{T}$	0.5
Правильный график циклического процесса в $V - T$ координатах	1.5
Формула (4): $V_1 = \alpha\sqrt{T_1}, V_x = \alpha\sqrt{T_2}$.	0.5
Формула (5): $V_x = \beta\sqrt{T_1}, V_3 = \beta\sqrt{T_2}$	0.5
Формула (6): $\frac{V_1}{V_x} = \frac{\alpha\sqrt{T_1}}{\alpha\sqrt{T_2}}, \frac{V_x}{V_3} = \frac{\beta\sqrt{T_1}}{\beta\sqrt{T_2}}$	0.5
Формула (7): $V_x = \sqrt{V_1 V_3}$	0.5
Итого	5.0

Задача_3 [7 баллов]

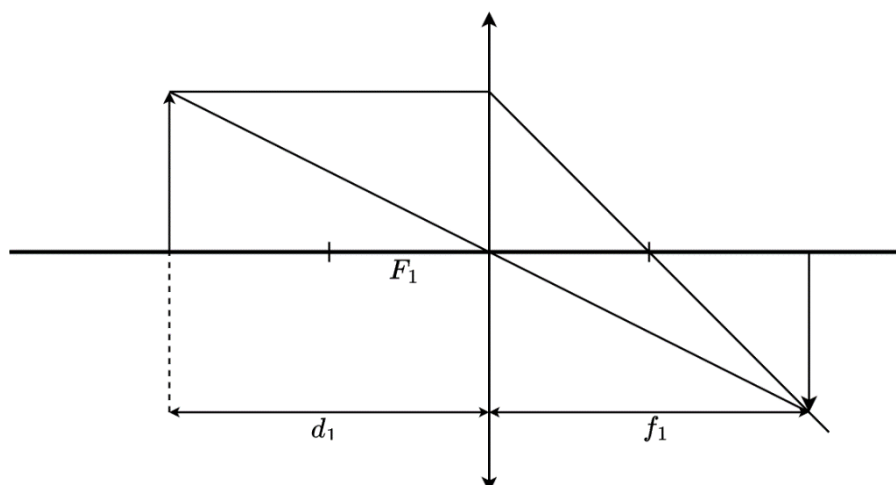
Так как обе поверхности линзы имеют одинаковый радиус кривизны,

$$F_1 = \frac{R}{2(n-1)} = R. \quad (1)$$

Фокальное расстояние сферического зеркала от поверхности линзы:

$$F_2 = \frac{R}{2}. \quad (2)$$

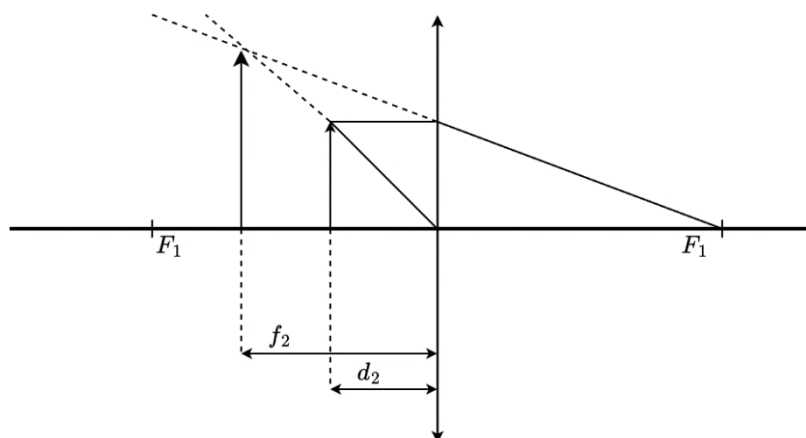
Так как сферическое зеркало вогнутое, вне зависимости от расстояния до источника, её изображение будет мнимым. Поэтому остается рассмотреть 2 варианта для сферической линзы: источник находится дальше фокусного расстояния и ближе фокусного расстояния. Сначала начертим ход лучей от источника света на расстоянии больше фокусного расстояния от линзы:



Расстояния связаны между собой формулой:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}, \quad (3)$$

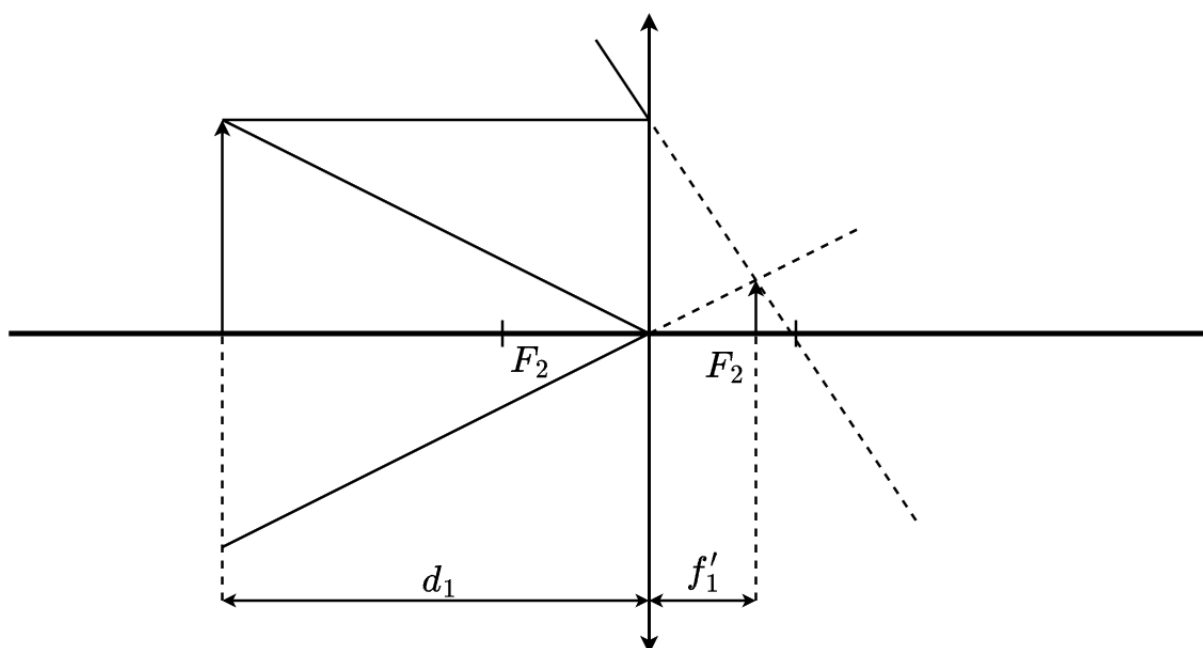
Далее, начертим ход лучей через линзу в случае, когда расстояние от источника света меньше фокусного расстояния:



В данном случае, необходимо учесть, что изображение от линзы получается мнимое:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2}. \quad (4)$$

Остается начертить ход лучей через сферическое зеркало которым служит первая/левая поверхность линзы:



В случае, когда $d_1 > F_1$:

$$-\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f'_1}, \quad (5)$$

И для случая, когда свечка ближе фокусного расстояния ($d_2 < F_1$):

$$-\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f'_2}. \quad (6)$$

Остается найти расстояние между изображениями для обоих случаев. В случае, когда $d_1 > F_1$:

$$x_1 = f_1 - f'_1 = \frac{d_1 R(2R + d_1)}{(d_1 - R)(R + 2d_1)}, \quad (7)$$

Когда $d_2 < F_1$:

$$x_2 = f_2 + f'_2 = \frac{d_2 R(2R + d_2)}{(R - d_2)(R + 2d_2)}. \quad (8)$$

Примечание:

Баллы за построения давать вне зависимости от того, сделаны они на одном чертеже или нет. Если фокусные расстояния не соответствуют пропорциям, но при этом $F_2 < F_1$, баллы не снимаются. Если пропорции между расстояниями не соответствуют чертежам в решении, но соотношение между d и F указаны верно, то баллы не снимаются.

Содержание	Баллы
Формула (1): $F_1 = \frac{R}{2(n-1)} = R$	0.5
Формула (2): $F_2 = \frac{R}{2}$	0.5
Показывает на чертеже ход лучей при $d_1 < F_1$	1.0
Формула (3): $\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}$	0.5
Показывает на чертеже ход лучей при $d_2 > F_1$	1.0
Формула (4): $\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2}$	0.5
Показывает на чертеже ход лучей для выпуклой линзы	1.0
Формула (5): $-\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f'_1}$	0.25
Формула (6): $-\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f'_2}$	0.25
Записывает $x_1 = f_1 - f'_1, \quad x_2 = f_2 + f'_2$	0.5
Формула (7): $x_1 = \frac{d_1 R(2R + d_1)}{(d_1 - R)(R + 2d_1)}$	0.75
Формула (8): $x_2 = \frac{d_2 R(2R + d_2)}{(R - d_2)(R + 2d_2)}$	0.75
Итого	7.0

Задача_4 [7 баллов]

Емкость конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (1)$$

Вольт-Амперная характеристика нам говорит о том, что ток течет через конденсатор только при приложении к нему напряжения U_0 . Тогда, записывая законы Кирхгофа для цепи, получаем:

$$\frac{q}{C} - Li = U_0, \quad (2)$$

$$i = -\dot{q}. \quad (3)$$

Далее, выражая всё через q , получаем:

$$q + CL\ddot{q} = CU_0. \quad (4)$$

Что есть уравнение колебания для контура с конденсатором и индуктивностью. Чтобы решить его, нам надо сложить решение для однородного случая (сумма равна нулю) с поправкой на постоянное напряжение. Сначала решая однородный случай:

$$\ddot{q} + \frac{1}{CL}q = 0. \quad (5)$$

Что является уравнением колебаний:

$$q = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (6)$$

Где $\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}$. Добавляя «поправку» на постоянное напряжение ($q/CL = U_0/L$):

$$q = A \cos(\omega t + \varphi) + CU_0. \quad (7)$$

Теперь, нужно найти константы A , амплитуду, и φ , фазовый сдвиг. Для этого, мы используем тот факт, что конденсатор в начале полностью заряжен (то есть $\varphi = 0$) до заряда q_0 и ток не идет, так как индуктивность сопротивляется резкому возрастанию тока:

$$q_0 = A \cos(\omega \cdot 0 + 0) + CU_0. \quad (8)$$

Откуда находим:

$$A = q_0 - CU_0. \quad (9)$$

Отсюда находим полную зависимость заряда от времени на конденсаторе:

$$q = (q_0 - CU_0) \cos\left(\frac{t}{CL}\right) + CU_0. \quad (10)$$

Откуда несложно найти, что диод закрывается, когда ток начинает течь в обратную сторону, то есть через половину периода:

$$\frac{t}{\sqrt{CL}} = \pi \Rightarrow t = \pi\sqrt{CL} = \pi\sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 SL}{d}}. \quad (11)$$

$$q_{min} = (q_0 - CU_0)(-1) + CU_0 = 2CU_0 - q_0. \quad (12)$$

И заряд, проходящий через конденсатор:

$$Q = q_0 - q_{min} = 2q_0 - 2\frac{\varepsilon \varepsilon_0 SU_0}{2d}. \quad (13)$$

Содержание	Баллы
Формула (1): $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$	0.5
Формула (2): $\frac{q}{C} - LI = U_0$	0.75
Формула (3): $\dot{I} = -\ddot{q}$	0.75
Примечание: НЕ снимать баллы, если в формуле (2) + и в формуле (3) - Если формула (4) записана сразу без формул (2), (3), то баллы за формулы 2 и 3 ставятся	0.0
Формула (4): $q + CL\ddot{q} = CU_0$	0.25
Формула (5): $\ddot{q} + \frac{1}{CL}q = 0$	0.25
Формула (6): $q = A\cos(\omega t + \varphi)$	1.0
Формула (7): $q = A\cos(\omega t + \varphi) + CU_0$	0.5
Примечание: баллы за формулу 6 выдаются, даже если записана только формула 7	0.0
Формула (9): $A = q_0 - CU_0$	0.25
Упоминается или подразумевается $\varphi = 0$	0.25
Формула (10): $q = (q_0 - CU_0)\cos\left(\frac{t}{CL}\right) + CU_0$	0.5
Формула (11) : $t = \pi\sqrt{CL} = \pi\sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 SL}{d}}$	1.0
Примечание: формула должна быть полной, это конечный ответ!	
Формула (12): $q_{\min} = 2CU_0 - q_0$	0.5
Формула (13): $Q = q_0 - q_{\min} = 2q_0 - 2\frac{\varepsilon\varepsilon_0 SU_0}{2d}$.	0.5
Примечание: формула должна быть полной это конечный ответ!	
Итого	7.0